① Sea la ecuación paramétrica $x(t) = 5\cos\left(\frac{100}{seg}t + 2{,}1\right)$ cm que representa la posición de un móvil en función del tiempo, donde las posiciones son expresadas en centímetros, el tiempo en segundos y los ángulos en radianes.

Determinar:

a) la amplitud del movimiento, su periodo y su posición inicial

$$x(t) = \underset{A}{5}\cos\left(\underset{\omega}{\frac{100}{seg}}t + \underset{\varphi_0}{2{,}1}\right) \qquad \boxed{A = 5cm}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100}seg = \frac{\pi}{50}seg$$

$$\boxed{T = 0{,}0628 seg}$$

$t_0 = 0$

$$x(t_0) = 5\cos(2{,}1) = \boxed{-2{,}52\ cm = x(t_0)}$$

b) Las ecuaciones paramétricas de la velocidad y de la aceleración

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow v(t) = -A\omega\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0) \rightarrow a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v(t) = -\frac{500}{seg}\,\text{sen}\left(\frac{100t}{seg} + 2{,}1\right)cm = \boxed{-5\frac{m}{seg}\,\text{sen}\left(\frac{100t}{seg} + 2{,}1\right) = v(t)}$$

$$a(t) = -\frac{50.000\,cm}{seg^2}\cos\left(\frac{100}{seg}t + 2{,}1\right) = \boxed{-500\frac{m}{seg^2}\cos\left(\frac{100t}{seg} + 2{,}1\right) = a(t)}$$

Seluma

② Un punto material oscila según la sig. ecuación:

$$x_{(t)} = 8 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2\,seg} t + \frac{\pi}{2}\right) cm.$$

a) ¿Cuánto valen la posición y velocidad inicial de dicho punto?

$$x_{(0)} = 8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) cm = \boxed{8\ cm = x_{(0)}}$$

$$v_{(t)} = 8 \cos\left(\frac{3\pi t}{2\,seg} + \frac{\pi}{2}\right) cm \cdot \frac{3\pi}{2\,seg} \rightarrow v_{(0)} = 8 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \boxed{0\ cm/seg = v_{(0)}}$$

b) Indicar el valor del periodo, pulsación (ω), frecuencia, amplitud y fase inicial

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\boxed{A = 8\,cm} \quad \boxed{\varphi_0 = \frac{\pi}{2}} \quad \boxed{\omega = \frac{3\pi}{2\,seg}}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} \cdot 2\,seg = \boxed{\frac{4}{3}\,seg = T} \rightarrow \boxed{f = \frac{3}{4\,seg}}$$

c) Para $t = 2\,seg$ calcular: la elongación, la velocidad, la aceleración y la fase

$$x_{(2)} = 8 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2\,seg} \cdot 2\,seg + \frac{\pi}{2}\right) cm = 8 \operatorname{sen}\left(\frac{7}{2}\pi\right) cm = \boxed{-8\ cm = x_{(2)}}$$

$$v_{(2)} = 8 \cos\left(\frac{3\pi}{\cancel{2\,seg}}\, \cancel{2\,seg} + \frac{\pi}{2}\right) cm \cdot \frac{3\pi}{2\,seg} = \boxed{0\ m/seg = v_{(2)}}$$

$$a_{(t)} = -8 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2\,seg} t + \frac{\pi}{2}\right) cm \cdot \frac{9\pi^2}{4\,seg^2} \rightarrow a_{(2)} = \overset{2}{\cancel{8}}\,cm\, \frac{9\pi^2}{\underset{1}{\cancel{4}}\,seg^2} \rightarrow \boxed{a_{(2)} = 18\pi^2 \frac{m^2}{seg^2}}$$

$$\varphi_{(t)} = \varphi_0 + \omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\frac{\pi}{seg} t$$

$$\varphi_{(2)} = \frac{\pi}{2} + \frac{3}{\cancel{2}}\frac{\pi}{\cancel{seg}}\, \cancel{2\,seg} = \boxed{\frac{7}{2}\pi = \varphi_{(2)}}$$

③ Un cuerpo está vibrando con movimiento armónico simple de amplitud 15cm y una frecuencia de 4 vibraciones por segundo. Calcular:

a) los valores máximos de aceleración y la velocidad

$A = 15\,cm \qquad f = \frac{4}{seg}\,, \qquad \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{4}{seg} \rightarrow \boxed{\omega = \frac{8\pi}{seg}}$

$x_{(t)} = 15\,sen\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) cm$

Valor máximo de aceleración → en x máx

" " " velocidad → cuando pasa por el origen (en los extremos → $v = 0$)

$v(t) = 15\cos\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) cm \cdot \frac{8\pi}{seg}$

v_{max} se da en $\cos\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) = 1 \rightarrow t = 0 \rightarrow v_{max} = 15 \times 8\pi \frac{cm}{seg}$

$\boxed{v_{máx} = 120\pi\,cm/seg}$ ✓

$\equiv 3{,}77\ m/seg$ ✓

$a_{(t)} = -15\,sen\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) cm \left(\frac{8\pi}{seg}\right)^2$

X es máxima cuando $sen\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) = 1$

$|a_{máx}| = \left|-15\left(\frac{8\pi}{seg}\right)^2 cm\right| \longrightarrow \boxed{a_{máx} = 960\pi^2 cm/seg^2}$ ✓

$\equiv 94{,}75\ m/seg^2$ ✓

b) la aceleración y la velocidad cuando la elong. es de 9cm

$x_{(t9)} = 9\,cm = 15\,sen\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) cm \longrightarrow 0{,}6 = sen\left(\frac{8\pi t}{seg}\right) \rightarrow \frac{8\pi t}{seg} = 0{,}6435$

tomo $x > 0$

$\rightarrow t = \frac{0{,}6435}{8\pi} seg \longrightarrow \boxed{t = 0{,}0256\,seg}$

$a_{(0,0256)} = -15\,sen\left(\frac{8\pi\ 0{,}0256seg}{seg}\right) cm \left(\frac{8\pi}{seg}\right)^2 = -5684{,}11\frac{cm}{seg^2} \rightarrow \boxed{|a_{(x=9cm)}| = 56{,}84\ m/seg^2}$ ✓

$v_{(0,0256)} = 15\cos\left(\frac{8\pi\ 0{,}0256seg}{seg}\right) cm\left(\frac{8\pi}{seg}\right) = 301{,}6\ cm/seg \rightarrow \boxed{|v_{(x=9cm)}| = 3{,}02\ m/seg}$ ✓

c) El tiempo necesario para desplazarse desde la posición de equilibrio a un punto situado a 12 cm de la misma

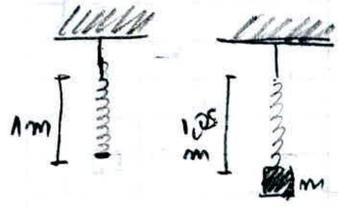
$x_{(t12)} = 12\,cm = 15\,sen\left(\frac{8\pi}{seg}t\right) cm \rightarrow sen(\alpha) = \frac{12}{15} = 0.8 \rightarrow \alpha \overset{radianes}{=} 0{,}9273$

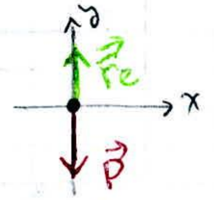
$0{,}9273 = \frac{8\pi}{seg}t \rightarrow \boxed{t = 0{,}037\,seg}$ ✓

Sol

4) Un resorte de longitud libre $l_0 = 1$ m tiene un extremo atado al techo y del otro extremo cuelga una masa $m = 500$ gr. y se encuentra en reposo, en esas condiciones el resorte mide 105 cm. Luego se lo aparta de su posición de equilibrio 15 cm y se lo suelta. Hallar:

a) La constante del resorte, el periodo de oscilación, la frecuencia, la amplitud y la fase inicial





Amplitud: "se lo aparta de su posición de equilibrio y se lo suelta"

$\rightarrow \boxed{A = 15\,cm}$ ✓

$m = 0{,}5\,kg$
$\Delta x = 0{,}05\,m$
$v_0 = 0\,m/seg$ } en reposo

$P = 5N$

$\Sigma \vec{F}_y = 0\,N$

$P = F_e$

$\boxed{5N = F_e}$

$F_e = k \cdot \Delta x$

$\frac{5N}{0{,}05m} = \boxed{k = 100\,N/m}$ ✓

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}5\,kg}{100\,\frac{N}{m}}}$

$\boxed{T = 0{,}444\,seg}$ ✓

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}444\,seg} \longrightarrow \boxed{f = 2{,}25/seg}$ ✓

$\omega = 2\pi f = \boxed{14{,}14/seg = \omega}$

$x_{(t)} = 15 \cos(14{,}1421\,t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{fase inicial}})$

$x_{(t_0)} = 15 \cos(\varphi_0) = 15\,cm \rightarrow \boxed{\varphi_0 = 0}$ ✓

b) Las ecuaciones $x = x_{(t)}$, $v = v_{(t)}$; $a = a_{(t)}$ y $F = F_{(t)}$ siendo $F_{(t)}$ la fuerza que el resorte ejerce sobre la masa.

$\boxed{x_{(t)} = 15 \cos\left(14{,}1421 \frac{t}{seg}\right) cm}$ ✓

$\boxed{v_{(t)} = -212{,}13\,sen(14{,}1421\,t/seg)\,\frac{cm}{seg}}$ ✓

$\boxed{a_{(t)} = -30\cos(14{,}1421\,\frac{t}{seg})\,\frac{m}{seg^2}}$ ✓

$F_{(t)} = m \cdot a_{(t)} = 0{,}5\,kg\,(-30)(\cos 14{,}1421\,t/seg)\,\frac{m}{seg^2}$

$\boxed{F_{(t)} = 15\,N \cos(14{,}1421\,t/seg)}$ ✓

c) ¿en qué instante la fuerza es máxima?

Es máxima cuando $\cos\left(14{,}1421 \frac{t}{seg}\right)$ es máx $\rightarrow 14{,}1421 \frac{t}{seg} = 0$

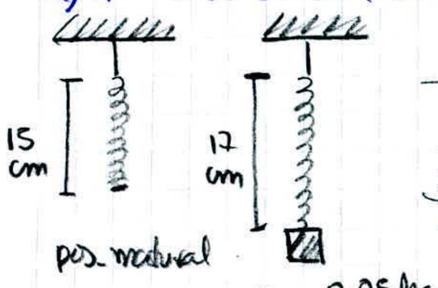
$\rightarrow t = 0\,seg$

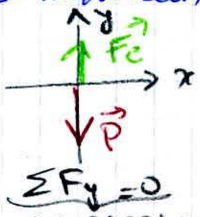
En el momento inicial F_e es máxima y lo es cada vez que pasa por el mismo punto. Pasa por ese punto cada T segundos

$\rightarrow t = nT$ seg con $n \in \mathbb{N}$

⑤ Un resorte de acero tiene una longitud natural de 15cm. Se lo pone en posición vertical, se le cuelga en uno de sus extremos una masa de 50 gr y se espera hasta que quede en reposo. En esas condiciones su longitud es de 17cm. Luego se lo aparta 1cm de la posición de equilibrio y se lo suelta.
Calcular:

a) la frecuencia de vibración.





$\Sigma F_y = 0$
en reposo
$\rightarrow P = Fe$

$m = 0{,}05\,kg$
$v_0 = 0\,m/seg$
$\Delta x = 2cm = 0{,}02m$

$P = 0{,}5N$

$0{,}5N = k\Delta x$

$\frac{0{,}5N}{0{,}02m} = k \boxed{= 25\frac{N}{m}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}05\,kg}{25\,N/m}}$

$\boxed{T = 0{,}28\,seg}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}28\,seg} \rightarrow \boxed{f = 3{,}56/seg}$ ✓

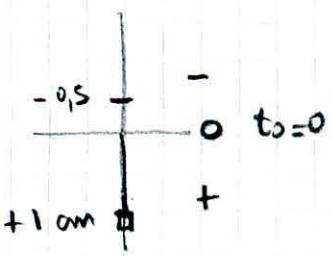
b) ¿En qué instante se encontrará 0,5 cm sobre la posición de equilibrio, después de soltarlo?

"Se lo aparta 1 cm..." $\rightarrow \boxed{A = 1\,cm}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi\, 3{,}56/seg = \boxed{22{,}36/seg = \omega}$

$x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow x_{(t)} = \cos\left(22{,}36\frac{t}{seg}\right) cm$

Hallo t_f tal que $x(t_f) = -0{,}5\,cm = \cos\underbrace{\left(22{,}36\frac{t}{seg}\right)}_{\alpha} cm$



$\cos(\alpha) = -0{,}5 \rightarrow \alpha = 2{,}094$

$22{,}36\frac{t}{seg} = 2{,}094$

$\boxed{t = 0{,}094\,seg}$ ✓

Sol

(6) Una partícula se mueve con movimiento armónico simple de periodo $T = 8$ seg. La trayectoria es un segmento de recta de 12 cm de largo. En el origen del tiempo se está moviendo en el sentido positivo, desplazada 3 cm en el sentido negativo respecto de su posición de equilibrio.
Determinar:

a) la amplitud, frecuencia angular o pulsación y fase inicial

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8\,seg} \rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{4 seg}}$ ✓ trayectoria $= 2.A = 12cm \rightarrow \boxed{A = 6cm}$ ✓

"En el origen de los tiempos se está moviendo en el sentido positivo" $\rightarrow t_0 \rightarrow v > 0$
"... desplazada 3cm en el sentido negativo" $\rightarrow$ en $t_0 \rightarrow x(t_0) = -3cm$.

$$x_{(t)} = 6 \cos\left(\frac{\pi}{4seg} t + \varphi_0\right) cm \xrightarrow{\text{en } t_0 = 0} x_{(0)} = -3cm = 6\cos\left(\frac{\pi}{4seg} . 0 + \varphi_0\right) cm$$

$$\rightarrow \cos(\varphi_0) = -\frac{1}{2} \longrightarrow \varphi_0 = \frac{2}{3}\pi \text{ o } \varphi_0 = \frac{4}{3}\pi$$

$$v_{(t)} = -6 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4seg} t + \varphi_0\right) \frac{\pi}{4seg} cm \xrightarrow{\text{en } \varphi_0 \rightarrow v_0 > 0} v_{(0)} = -6 \operatorname{sen}(\varphi_0)$$

Si $\varphi_0 = \frac{2}{3}\pi \longrightarrow v(0) = -3\sqrt{3}\, cm/seg < 0$

Si $\varphi_0 = \frac{4}{3}\pi \longrightarrow v(0) = 3\sqrt{3}\, cm/seg > 0$

$$\boxed{\varphi_0 = \frac{4}{3}\pi}$$ ✓

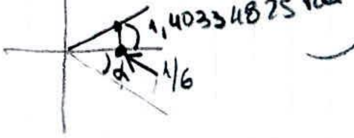
b) El tiempo al cabo del cual la elongación de la partícula será de + 1cm

$$x(t) = 6\cos\left(\frac{\pi}{4seg} t + \frac{4}{3}\pi\right) cm \longrightarrow x(t_1) = 1cm = 6\cos\left(\frac{\pi}{4seg} t_1 + \frac{4}{3}\pi\right) cm$$

$$\rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4seg} t_1 + \frac{4}{3}\pi\right) = \frac{1}{6} \rightarrow \arccos\left(\frac{1}{6}\right) = 1{,}40334825 = \frac{\pi}{4seg} t_1 + \frac{4\pi}{3} \rightarrow \underbrace{t_1 = -3{,}55 seg}$$

$\boxed{t_1 < 0 \text{ Absurdo}}$

$t_1 < 0$ es absurdo. Busco el otro ángulo tal que $\cos(\alpha) = 1/6$



$\rightarrow \alpha = 2\pi - 1{,}40334825 rad = 4{,}87983706$

$\rightarrow 4{,}87983706 = \frac{\pi}{4seg} t_1 + \frac{4}{3}\pi \rightarrow \boxed{t_1 = 0{,}88 seg}$ ✓

c) El valor de la fase para $t = 25$ seg.

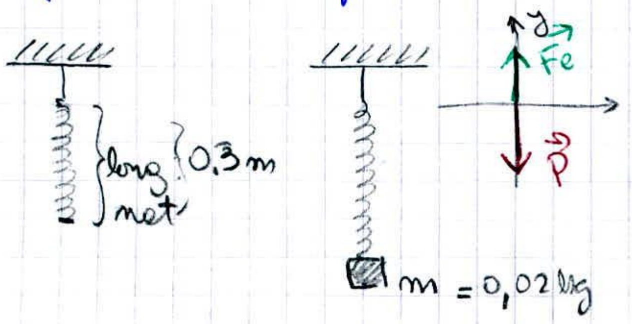
$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \rightarrow \varphi(t) = \frac{4}{3}\pi + \frac{\pi}{4seg} . t$$

$$\varphi(25) = \frac{4}{3}\pi + \frac{\pi}{4\cancel{seg}} 25 \cancel{seg} \rightarrow \varphi(25) = \frac{91}{12}\pi \cong$$

$$\boxed{\varphi(25) = 7{,}58\pi}$$ ✓

⑦ Dado un resorte ideal de 30 cm de longitud natural, que cuelga verticalmente de un soporte fijo, hallar:

a) el periodo de oscilación si en el extremo inferior se coloca un cuerpo de masa 20 gr. siendo la constante elástica del resorte 4 N/m



$\Sigma \vec{F}_y = 0\,N$

$P = Fe$

$mg = k\,\Delta x$

$0{,}2N = 4\frac{N}{m}\,\Delta x$

$\Delta x = 0{,}05\,m$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}02\,kg}{4\,N/m}}$

$T = 2\pi\,\frac{\sqrt{2}}{20}\,seg \Rightarrow \boxed{T = \frac{\sqrt{2}\pi}{10}\,seg}$

$\cong 0{,}44\,seg$

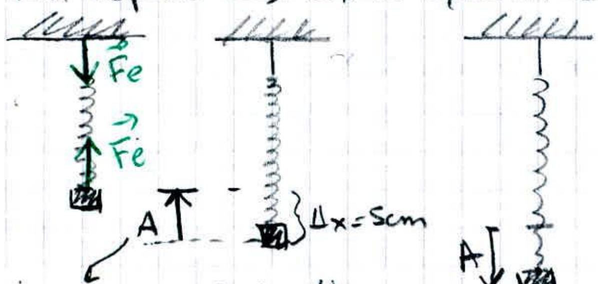
b) la longitud de equilibrio del mismo

long en equilibrio = long nat + Δx hallado en a

$l_e = 0{,}3m + 0{,}05m = 0{,}35m \rightarrow \boxed{l_e = 35\,cm}$

c) si la amplitud de oscilación vertical es de 5 cm, determinar la mayor y la menor reacción en el soporte fijo

En reposo $\rightarrow \Delta x = 0{,}05m \rightarrow Fe = 0{,}2N$



al equilibrio

$-5cm \rightarrow \Delta x = 0$

$Fe = k.\Delta x = 0\,N$

$\boxed{Fe_{min} = 0\,N}$

$\Delta x = 10cm = 0{,}1\,m$

$Fe = 4\frac{N}{m} \times 0{,}1m = 0{,}4N$

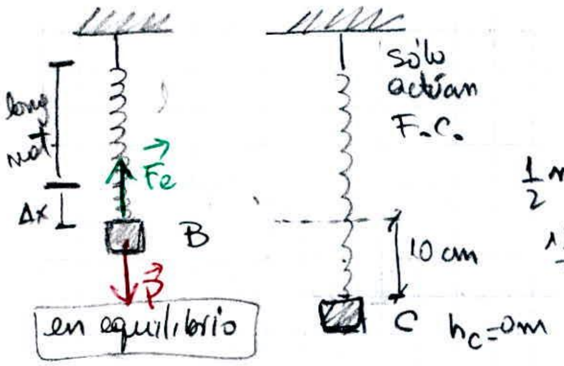
$\boxed{Fe_{max} = 0{,}4N}$

Syl

⑧ Un bloque de 1 kg se cuelga de un resorte de constante elástica $k = 25\ N/m$

Si desplazamos dicho bloque 10 cm hacia abajo y luego se suelta:

a) ¿Con qué velocidad pasa por la posición de equilibrio?



$$E_{m_B} = E_{m_C}$$

$$Ec_B + Ep_B + Ee_B = Ee_C$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B + \frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2} k (\overbrace{\Delta x}^{0,4m} + 0,1\,m)^2$$

$$\frac{1\,kg}{2} v_B^2 + \underbrace{10\,N\, 0,1\,m}_{2} + \underbrace{\frac{25}{2}\, 0,4^2\,J}_{1} = \frac{1}{2}\, 25\,\frac{N}{m}\, 0,5^2\,m^2$$

$$\frac{v_B^2}{2} = 3,125\,J - \overset{1}{2\,J} - \overset{2}{1\,J} = 0,125\,J$$

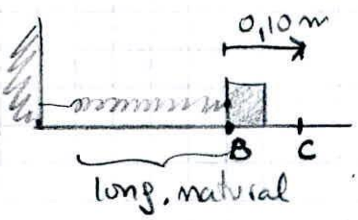
$$\boxed{v_B = 0,5\ m/seg}$$

$$P = Fe = 25\,\frac{N}{m}\,\Delta x = 10\,N \rightarrow \boxed{\Delta x = 0,4\,m}$$

b) ¿Cuál es el período de las oscilaciones que realiza?

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1\,kg}{25\,N/m}} = \boxed{\frac{2\pi}{5}\,seg = T}$$ ✓

c) Luego se coloca el resorte en posición horizontal sobre una mesa sin rozamiento. Se lo vincula a un extremo fijo y en el otro extremo al mismo bloque de 1 kg y se lo aparta 10 cm del equilibrio, repetir el cálculo de a) y b) para esta situación



$$\Delta Em = 0$$

$$Em_B = Em_C$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$$\frac{1\,kg}{2} v_B^2 = \frac{25\,N}{2\,m}\, 0,10^2\,m^2 \rightarrow \boxed{v_B = 0,5\,m/seg}$$ ✓

T es el mismo. Los datos no varían según la posición

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{5}\,seg}$$

Péndulo:

⑨ Para un péndulo ideal de longitud $L = 2m$ y masa $m = 0,5\,kg$ que oscila con una amplitud de $6°$, determinar

a) el período de oscilación y la amplitud en radianes

$l = 2m$
$m = 0,5\,kg$

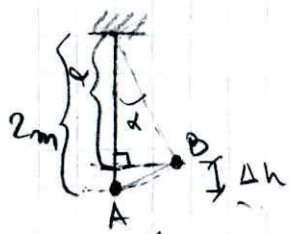
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{10\,m/seg^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\pi\,seg = \boxed{T = 2,81\,seg}$$ ✓

$\alpha_{máx} = 6°$

θ_0 es la amplitud de movimiento /oscilación.

$$\theta_0 = \frac{6°\ 2\pi}{360°}\,rad. = \frac{\pi}{30}\,rad \rightarrow \boxed{\theta_0 = 0,105\,rad}$$ ✓

b) la máxima energía cinética.



Se conserva la energía $\rightarrow E_c$ es máxima cuando la potencial es mínima.

$E_{m_A} = E_{m_B}$

$E_{c\,máx} = E_{c\,A}$

$E_{c_A} = E_{p_B}$

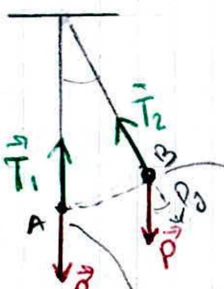
$E_{c_A} = m.g\,\Delta h = 5N.\Delta h = 5N.\,0,01096m = 0,0548\,J$

$l = 2m\cos(\overset{6}{\alpha}) = 1,989\,m$

$\Delta h + l = 2m \rightarrow \Delta h = 0,01096m$

$$\boxed{E_{c\,máx} = 0,0548\,J}$$ ✓

c) los valores extremos del esfuerzo que soporta la cuerda



$T_2 = P_y = P\cos\left(\frac{\pi}{30}\right) = 4,973\,N$ Tmin.

acá la velocidad es nula $\rightarrow T_2 = P_y = \boxed{T_{mín} = 4,973\,N}$ ✓

$E_{c\,máx} = 0,0548\,J = \frac{1}{2}\overset{0,5\,kg}{m}v_A^2 \rightarrow \boxed{v_A = 0,468\,m/seg}$

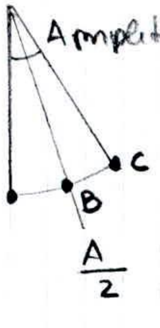
$$T_1 - P = m.a_c = m.\frac{v_A^2}{R} = 0,5\,kg\,\frac{0,468^2\,m^{\cancel{2}}/seg}{2\cancel{m}}$$

$$T_1 = P + 0,05476N = 5N + 0,055N \rightarrow T_1 = \boxed{T_{máx} = 5,055\,N}$$ ✓

(10) a) Un cuerpo colgado de un resorte oscila con movimiento armónico simple.
Cuando el desplazamiento del cuerpo es la mitad de la amplitud ¿qué fracción de la energía es cinética y qué fracción es potencial?

$$\Delta x = \frac{A}{2}$$

$$Ep_{elástica} = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} k \frac{1}{4} A^2 = \frac{1}{4} \underbrace{\left(\frac{1}{2} k A^2\right)}_{\text{Em total en los extremos de la amplitud}}$$



en C $\rightarrow \boxed{Em_C = Ep_{elástica\, C}}$

$$\boxed{Ep_{Elástica_B} = \frac{1}{4} Em_B}$$

$$\rightarrow \boxed{Ec_B = \frac{3}{4} Em_B}$$

b) ¿en qué posiciones y en qué instantes se hacen iguales las energías cinética y potencial elástica de un cuerpo que describe un movimiento armónico simple (m.a.s.)?

$$Em_D = Ec_D + Ee_D \text{ , si son iguales } \rightarrow \frac{1}{2} Em_D = Ec_D = Ee_D$$

$$Em_{total} = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow \frac{1}{2} Em_{total} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} k A^2 = Ee_D$$

$$\rightarrow Ee_D = \frac{1}{2} k \frac{A^2}{2} = \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2 \longrightarrow \boxed{x = \frac{A}{\sqrt{2}}}$$

$$x_{(t)} = A \cos(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{en} \frac{A}{\sqrt{2}} = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\rightarrow \cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \omega t + \varphi_0 = \arccos(1/\sqrt{2}) = \frac{\pi}{4}$$

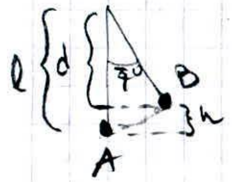
$$\boxed{t = \frac{\frac{\pi}{4} - \varphi_0}{\omega}}$$

⑪ Un péndulo está constituido por una masa puntual de 500gr. suspendida de un hilo de 1m de longitud.

a) Calcular el periodo de oscilación de ese péndulo para pequeñas oscilaciones.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1m}{10\,m/seg^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}}\,seg \rightarrow \boxed{T = 1{,}99\,seg}$$

b) Si se desplaza la masa puntual un ángulo de 7° respecto a su posición de equilibrio y se lo suelta ¿con qué velocidad pasará de nuevo por la posición de equilibrio?



$$h = l - d = l - l\cos 7° = 1m - 0{,}99255m = \boxed{0{,}0075\,m = h}$$

$$\Delta E_m = 0J \rightarrow E_{m_A} = E_{m_B}$$

$$E_{c_A} = E_{p_B}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_A^2 = \cancel{m}\cdot g\,h \rightarrow v_A^2 = 2gh = 2 \times 10\frac{m}{seg^2}\cdot 0{,}0075m$$

$$v_A^2 = 0{,}14907\,m^2/seg^2 \rightarrow \boxed{v_A = 0{,}386\,m/seg}$$

---

⑫ La gravedad de la Luna es aproximadamente la sexta parte de la terrestre.

a) Calcular la longitud de un péndulo que en la tierra oscile con un período de $t = 4\,seg$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \longrightarrow 4\,seg = 2\pi\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g}} \rightarrow \sqrt{l} = \frac{4\,seg\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow l = \frac{4^2 seg^2\, g}{4\pi^2} = \boxed{4{,}05\,m = l}$$

b) ¿Qué longitud debería tener para que en la Luna tenga el mismo período que en la Tierra?

$$4\,seg = 2\pi\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g/6}} \rightarrow l = \frac{4^2 seg^2}{4\pi^2}\cdot\frac{g}{6} = \boxed{0{,}675\,m = l_{luna}}$$

(13) Dos péndulos dan por minuto $N_1 = 144$ y $N_2 = 180$ oscilaciones completas, respectivamente y son liberados al mismo tiempo desde una posición extrema.
Calcular en qué relación están sus longitudes L_1 y L_2

$$f_1 = 144\ rpm = \frac{144\ vueltas}{60\ seg} = \frac{2{,}4}{seg} \rightarrow T_1 = \frac{1}{f_1} = \boxed{0{,}416\widehat{6}\ seg = t_1} = \frac{1}{2{,}4}\ seg$$

$$f_2 = 180\ rpm = \frac{180}{60\ seg} = \frac{3}{seg} \rightarrow \boxed{T_2 = 0{,}3\widehat{3}\ seg} = \frac{1}{3}\ seg$$

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \rightarrow 2\pi = t_1 \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{l_1}} \\ t_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \rightarrow 2\pi = t_2 \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{l_2}} \end{array}\right\} \quad t_1 \frac{\cancel{\sqrt{g}}}{\sqrt{l_1}} = t_2 \frac{\cancel{\sqrt{g}}}{\sqrt{l_2}} \rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}}$$

$$\frac{3}{2{,}4} = \frac{\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}} \rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{9}{2{,}4^2} = \boxed{1{,}5625 = \frac{l_1}{l_2}}$$

---

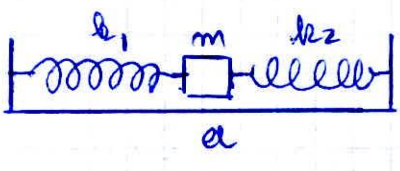
(14) Calcular cuál deberá ser el cambio porcentual de longitud de un péndulo simple para que mantenga el mismo período cuando se lo traslada de un lugar donde la aceleración gravitatoria es $9{,}8\ m/seg^2$ a otro en que $g = 9{,}81\ m/seg^2$

$$\left.\begin{array}{l} g_1 = 9.82\ m/seg^2 \rightarrow T = 2\pi\frac{\sqrt{l_1}}{\sqrt{g_1}} \\ g_2 = 9{,}81\ m/seg^2 \rightarrow T = 2\pi\frac{\sqrt{l_2}}{\sqrt{g_2}} \end{array}\right\} \quad \frac{\cancel{2\pi}\sqrt{l_1}}{\sqrt{9{,}82\ m/seg^2}} = \frac{\cancel{2\pi}\sqrt{l_2}}{\sqrt{9.81\ m/seg^2}}$$

$$\rightarrow l_2 = \frac{l_1\ 9{,}81\ m/seg^2}{9{,}82\ m/seg^2} = l_1\ 0{,}99892 \rightarrow \boxed{l_2 = l_1 \times 99{,}89\ \%}$$

---

(15) Sea una partícula de masa m colocada sobre un plano horizontal sin fricción; la misma está unida a los extremos libres de dos resortes ideales, de constantes elásticas k_1 y k_2, la separación entre los extremos fijos del resorte es d, siendo esta distancia mayor que l_{1o} y l_{2o}. Determinar la frecuencia natural de oscilación de la partícula en movimiento paralelo a la long. de los resortes

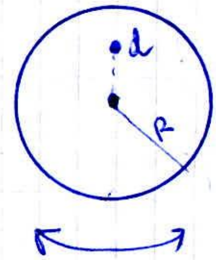


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{para este caso: } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \quad , f = \frac{1}{T}$$

$$\boxed{f = \frac{\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}}{2\pi}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I_E}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

16) El péndulo físico de la figura se compone de un disco sólido homogéneo de masa m=500g y radio R=14 cm, sostenido en un plano vertical por un pivote situado a una distancia d=10cm del centro del disco, como muestra la figura. El péndulo es desplazado un pequeño ángulo y luego se lo suelta.



$I_{cm} = \frac{1}{2} MR^2$

Determinar:

m = 0,5kg
R = 0,14m
d = 0,10m

a) el periodo del M.A.S. resultante

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I_d}{mgd}}$$

$$I_d = \frac{1}{2} mR^2 + m d^2 = m\left(\tfrac{1}{2} R^2 + d^2\right) \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{m}(\tfrac{1}{2}R^2 + d^2)}{\cancel{m}gd}} =$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\,0.14^2 m^2 + 0,1^2 m^2}{10\frac{m}{seg^2} \cdot 0,1m}} = \boxed{0,884\,seg = T}$$

b) La longitud del péndulo simple sincrónico con él

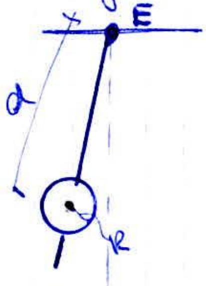
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \longrightarrow l = \frac{T^2}{4\pi^2} g = \frac{0,884^2 \cancel{seg^2} \cdot 10\frac{m}{\cancel{seg^2}}}{4\pi^2} = 0,198\,m$$

$$\boxed{l = 19,8\,cm}$$

Sylvina

⑰ Un reloj de péndulo posee una varilla de masa m y longitud L y un disco de radio R y masa M que puede deslizar a lo largo de dicha varilla la cual se ubica a una distancia d entre el centro del disco y eje de suspensión E.

Hallar:



a) El momento de inercia del péndulo respecto del eje de suspensión.

Datos: $m = 0{,}2\,kg$ $\quad d = 1{,}024\,m$ $\quad M = 1\,kg$ $\quad R = 0{,}1\,m$ $\quad L = 1{,}4\,m$ $\quad I_{cm\,disco} = \frac{1}{2} MR^2$ $\quad I_{cm\,varilla} = \frac{1}{12} mL^2$

$$I_{péndulo\,E} = (I_{varilla\,E}) + (I_{disco\,E}) =$$

$$= \left(\frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{2}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{2} MR^2 + M d^2\right) =$$

$$= \frac{1}{12} 0{,}2\,kg\ 1{,}4^2 m^2 + 0{,}2\,kg \left(\frac{1{,}4}{2}\right)^2 m^2 + \frac{1}{2} 1\,kg\ 0{,}1^2 m^2 + 1\,kg \cdot (1{,}024\,m)^2 =$$

$$= \frac{49}{1500} kgm^2 + \frac{49}{500} kgm^2 + \frac{1}{200} kgm^2 + 1{,}048576\,kgm^2$$

$$\boxed{I_{péndulo,\,E} = 1{,}184\,kgm^2}$$

b) el período de dicho péndulo

$$\omega = \sqrt{\frac{m_{total} \cdot g \cdot d}{I_E}} \quad , \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{I_E}{m_{total}\, g\, d_{cm}}} =$$

$$m_{total} = M + m = \boxed{1{,}2\,kg = m_{total}}$$

d_{cm} es la distancia entre E y el CM del péndulo

$$X_{cm} = \frac{m \frac{l}{2} + M d}{m_{total}} = \frac{0{,}2\,kg\ 0{,}7\,m + 1\,kg\ 1{,}024\,m}{1{,}2\,kg} = \boxed{\frac{97}{100} m = X_{cm}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1{,}184\,kgm^2}{1{,}2\,kg\ 10\frac{m}{seg^2} \cdot 0{,}97\,m}} = 2{,}0039\,seg$$

$$\boxed{T \cong 2\,seg}$$ ✓